

# *Semantik und Pragmatik*

SS 2005

*Universität Bielefeld*

Teil 9, 17. Juni 2005

**Gerhard Jäger**

# Adverbien

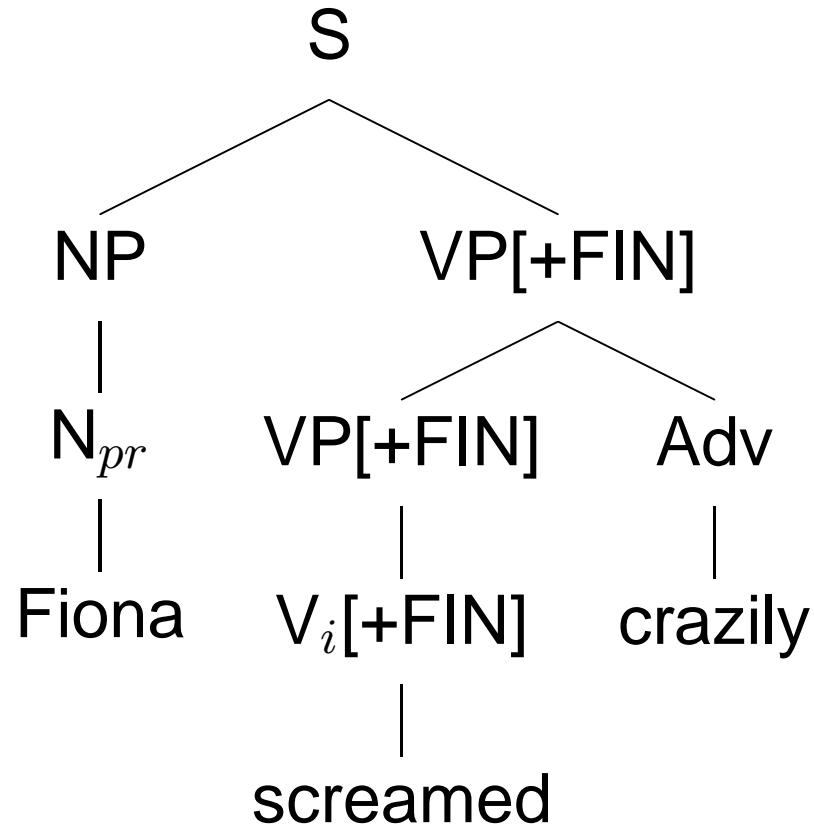
- bisher kein wirklicher Fortschritt durch Übergang zu Typentheorie
- den selben Sätzen werden die selben Interpretationen zugeordnet
- Typentheorie erlaubt aber auch Behandlung von Modifikatoren wie **Adverbien**

# Adverbien

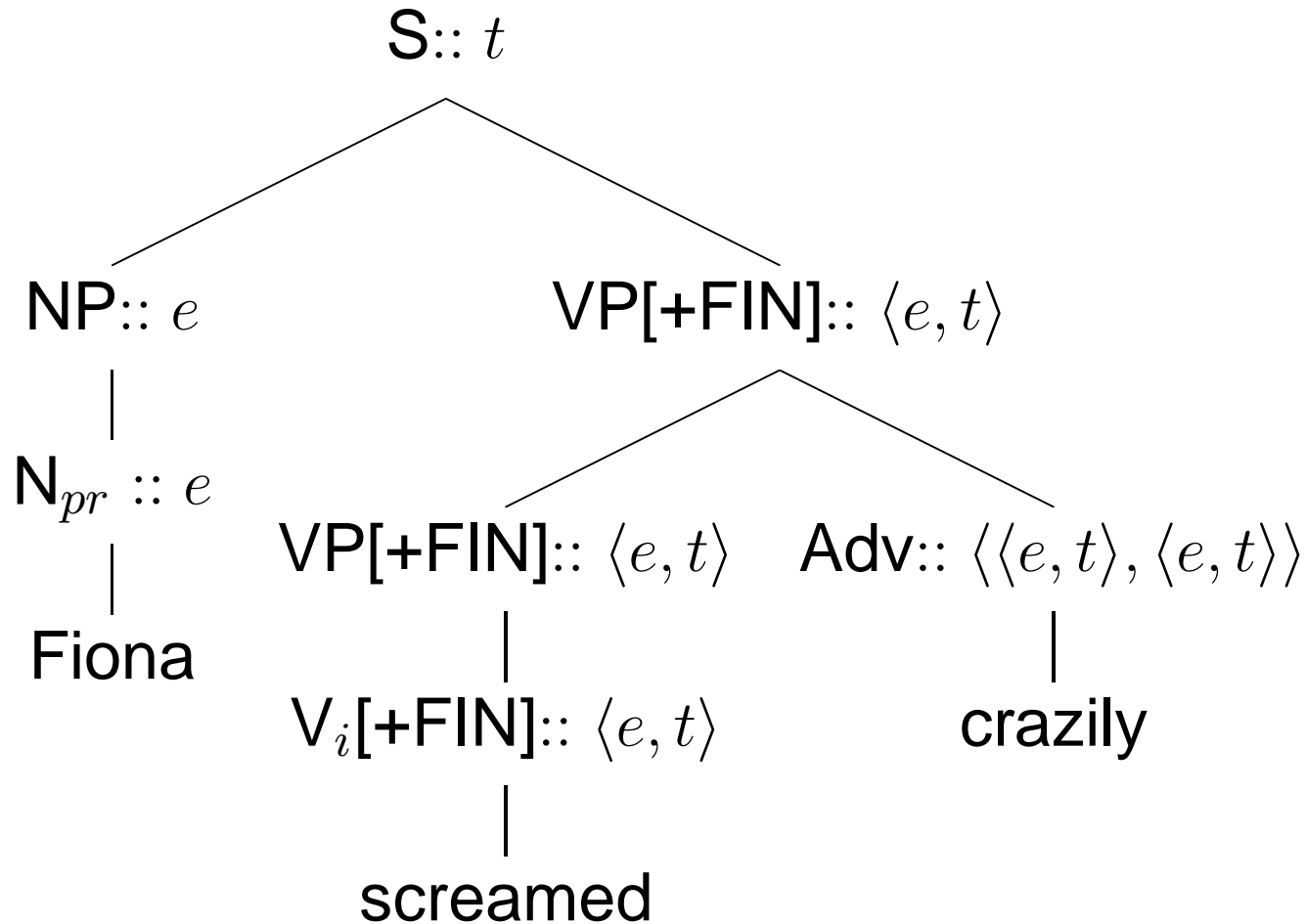
- Typenzuordnung:  $Adv \Rightarrow \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$
- Syntaxregel:  $VP[\alpha FIN] \rightarrow VP[\alpha FIN], Adv$   
 $VP[\alpha FIN] \Rightarrow Adv'(VP[\alpha FIN]')$
- Lexikon:

$Adv \rightarrow \{slowly, happily, stupidly, crazily\}$

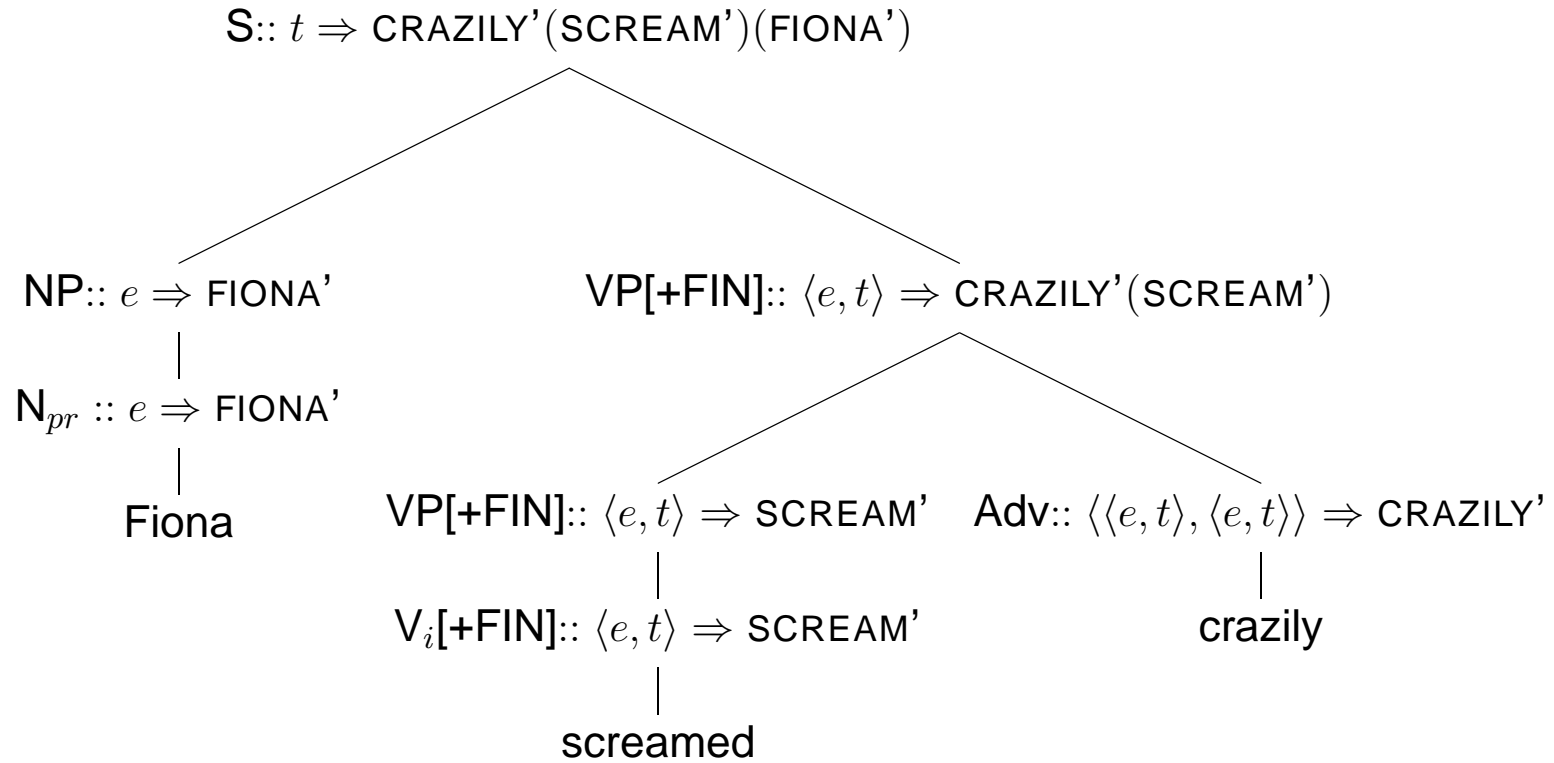
# Beispiel: Parsing



# Beispiel: Typenzuweisung



# Beispiel: Übersetzung



Aber was ist mit der Interpretation?

# Adverbien: Interpretation

- Art der Interpretation von Adverbien ist bestimmt durch Typ:

$$Dom(\langle\langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle\rangle) = POW(E)^{POW(E)}$$

- Bedeutung eines Adverbs ist also Funktion von einer Menge von Objekten in eine Menge von Objekten
- Intuition:
  - sei  $A$  die Menge von Individuen, die (im Modell  $M$ , zu einem bestimmten Zeitpunkt) eine Handlung  $H$  ausführen
  - $[QUICKLY']^M(A)$  ist dann die Menge der Individuen, die  $H$  schnell ausführen
  - also:

$$[QUICKLY']^M(A) \subseteq A$$

# Adverbien: Interpretation

- analog für alle Adverbien der Art und Weise
- bei Individuenbereich mit 8 Elementen
  - gibt es  $2^8 = 128$  Teilmengen von  $E$ , und damit
  - $128^{128} \approx 5 \times 10^{269}$  verschiedene Objekte in  $Dom(\langle\langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle\rangle)$ , von denen jedes
  - aus 128 geordneten Paaren besteht
- kann nicht mehr durch Aufzählung angegeben werden



# Adverbien: Interpretation

- dennoch sind Aussagen über Interpretation von Sätzen wie

(1) Fiona screamed crazily

möglich:

- Übersetzung:

CRAZILY'(SCREAM')(FIONA')

- $[\text{CRAZILY}'(\text{SCREAM}')]^M = [\text{CRAZILY}']^M([\text{SCREAM}']^M)$
- $[\text{SCREAM}']^M$ : Menge der Individuen, die in  $M$  schreien
- $[\text{CRAZILY}']^M([\text{SCREAM}']^M)$ : Menge der Individuen, die in  $M$  verrückt schreien
- $[\text{CRAZILY}']^M([\text{SCREAM}']^M) \subseteq [\text{SCREAM}']^M$

# Adverbien: Interpretation

- Übersetzung von  
(2) Fiona screamed.

SCREAM'(FIONA')

- Interpretation:

$$[\text{SCREAM}'(\text{FIONA}')]^M = [\text{SCREAM}']^M([\text{FIONA}']^M)$$

- nach Konvention über charakteristische Funktionen: der Satz ist wahr gdw.

$$[\text{FIONA}']^M \in [\text{SCREAM}']^M$$

# Adverbien: Interpretation

- Satz (1) ist wahr gdw.:

$$[\text{FIONA}']^M \in [\text{CRAZY}']^M([\text{SCREAM}']^M)$$

- da:

$$[\text{CRAZILY}']^M([\text{SCREAM}']^M) \subseteq [\text{SCREAM}']^M$$

- **folgt (1) aus (2)**

Diese Argumentation hängt nicht von konkretem Modell ab; es handelt sich also um eine allgemeine Sinnrelation zwischen den beiden Sätzen.

# Variablen

- an Stelle von Namen können auch Pronomen stehen
- Sätze mit Pronomen haben i.Allg. auch in einem bekannten Modell keinen definiten Wahrheitswert

(3)

- a. He ran.
- b. Chester ate it.
- c. She gave it to him.
- d. She gave him the cake.

- Wahrheitswert hängt davon ab, worauf sich die Pronomen beziehen
- Pronomen werden in der Typentheorie als **Variable** übersetzt

# Variablen

- Konventionen:
  - Variable werden geschrieben als kursive lateinische Kleinbuchstaben vom Ende des Alphabets, u.U. versehen mit Indizes oder Apostrophs

$x, y, z', w_3, \dots$

- gleichnamige Variable beziehen sich auf den selben („unbekannten“) Gegenstand
- verschiedenamige Variable können sich auf verschiedene Dinge beziehen (ist aber nicht notwendig)

# Variablen

- Übersetzungskonventionen:
  - Pronomen werden genau dann als Variable übersetzt, wenn sie nicht (im gegebenen Kontext) gleichbedeutend sind mit einer Individuenkonstanten
  - Wenn zwei Pronomen sich auf das selbe Individuum beziehen, werden sie durch gleichnamige Variablen übersetzt

# Variablen

(4)

- a. Er läuft.
- b. Peter kennt ihn.
- c. Wenn Peter läuft, singt er.
- d. Wenn Peter läuft, singt sie.
- e. Hans rasiert sich.
- f. Er rasiert sich.
- g. Er rasiert ihn.

# Variablen

- (5)
- a. Er läuft.  $\rightsquigarrow$  WALK'(x)
  - b. Peter kennt ihn.  $\rightsquigarrow$  KNOW'(y)(PETER')
  - c. Wenn Peter läuft, singt er.  $\rightsquigarrow$   
WALK'(PETER')  $\rightarrow$  SING'(PETER')
  - d. Wenn Peter läuft, singt sie.  $\rightsquigarrow$   
WALK'(PETER')  $\rightarrow$  SING'(x)
  - e. Hans rasiert sich.  $\rightsquigarrow$  SHAVE'(HANS')(HANS')
  - f. Er rasiert sich.  $\rightsquigarrow$  SHAVE'(x)(x)
  - g. Er rasiert ihn.  $\rightsquigarrow$  SHAVE'(x)(y)



# Interpretation von Variablen

- Variablen referieren, genau wie Individuenkonstanten, auf Individuen, also Elemente von  $E$
- im Unterschied zu Konstanten ist ihre Referenz nicht durch das Modell festgelegt  
*Wenn man das Modell kennt, ist man sozusagen allwissend, d.h., man kennt alle relevanten Fakten. Dann kennt man natürlich auch die Interpretation aller Konstanten und Prädikate, und die Wahrheitswerte aller Sätze, sofern sie einen definiten Wahrheitswert haben. Aber auch wenn alle Fakten kennt, weiß man nicht, worauf sich der Sprecher mit einem Personalpronomen in der dritten Person bezieht, sprich, worauf eine Variable referiert.*

# Interpretation von Variablen

- Interpretation von Variablen ist aber nicht völlig beliebig
- verschiedene Vorkommen der gleichen Variablen beziehen sich auf das selbe Objekt
- manche Formeln sind unabhängig von der Referenz der Variablen wahr bzw. falsch

$\text{WALK}'(x) \vee \neg \text{WALK}'(x)$

$\text{LOATHE}'(x, x)$

$\text{MESSY}'(w)$

- daher: Interpretation von Variablen wird durch **Belegungsfunktion** festgelegt (sprich: die Variablen werden mit Werten „belegt“)

# Höherstufige Variablen

- Pronomen beziehen sich nicht immer auf Gegenstände

(6) Was ist das: Der Ball ist es, und die Sonne ist es auch.

- Pronomen können sich auch auf Eigenschaften ( $\langle e, t \rangle$ ) oder Relationen ( $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ ) usw. beziehen
- Typentheorie: es gibt Variablen für alle Typen (*Unterschied zur Prädikatenlogik, wo es nur Individuenvariablen gibt.*)

# Variablen: Syntax

## Definition 1 (Syntax der Typentheorie, zweite Version)

1. *Von jedem Typ gibt es unendlich viele Variablen.*
2. *Von jedem Typ gibt es unendlich viele Konstanten.*
3. *Eine Konstante oder Variable eines Typs ist ein Ausdruck dieses Typs.*
4. *Wenn  $\varphi$  und  $\psi$  Ausdrücke vom Typ  $t$  sind, dann sind  $\neg\varphi, \varphi \wedge \psi, \varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi, \varphi \leftrightarrow \psi$  auch Ausdrücke vom Typ  $t$ .*
5. *Wenn  $\alpha$  ein Ausdruck vom Typ  $\langle a, b \rangle$  ist und  $\beta$  ein Ausdruck vom Typ  $a$ , dann ist ein Ausdruck  $\alpha(\beta)$  vom Typ  $b$ .*
6. *Nichts sonst ist ein Ausdruck.*

# Variablen: Semantik

**Definition 2 (Belegungsfunktion)** *Eine Belegungsfunktion  $g$  für ein Modell  $M = \langle E, F \rangle$  ist eine Funktion mit der Menge der Variablen als Definitionsbereich. Es gilt für alle Typen  $a$ : wenn  $v$  eine Variable vom Typ  $a$  ist, dann*

$$g(v) \in \text{Dom}(a)$$

# Interpretation der Typentheorie (modif.)

**Definition 2 (Interpretation der Typentheorie)** Sei  $M = \langle E, F \rangle$  ein Modell für die Typentheorie, und  $g$  eine Belegungsfunktion für  $M$ .

•  $[\alpha]_g^M = F(\alpha)$ , wenn  $\alpha$  eine Konstante ist

•  $[v]_g^M = g(v)$ , wenn  $v$  eine Variable ist

•  $[\neg\varphi]_g^M = 1 - [\varphi]_g^M$

•  $[\varphi \wedge \psi]_g^M = \min([\varphi]_g^M, [\psi]_g^M)$

•  $[\varphi \vee \psi]_g^M = \max([\varphi]_g^M, [\psi]_g^M)$

•  $[\varphi \rightarrow \psi]_g^M = \max(1 - [\varphi]_g^M, [\psi]_g^M)$

•  $[\varphi \leftrightarrow \psi]_g^M = 1 - ([\varphi]_g^M - [\psi]_g^M)^2$

•  $[\alpha(\beta)]_g^M = [\alpha]_g^M ([\beta]_g^M)$

# Quantoren

- bisher keine wesentliche Erweiterung der Aussagenlogik
- insbesondere ist die Theorie der **logischen Folgerung** identisch mit der für die Aussagenlogik
- der eigentliche Quantensprung von Aussagenlogik zur Typentheorie ist Einführung von **Quantoren**

# Quantoren

- TT (Typentheorie) umfasst auch klassische Syllogistik (antike und mittelalterliche Logik)

- (6)
- Alle Menschen sind sterblich.
  - Kein Grieche ist ein Philosoph.
  - Einige Philosophen sind Musiker.
  - Nicht alle Griechen sind Musiker.

Ausdrücke wie *alle*, *kein*, *einige*, *jeder*, ... heißen **Quantoren**.



# Quantoren

- TT erweitert Syllogistik auf zweierlei Weise:
  - mehrere Quantoren innerhalb eines einfachen Satzes (bzw. einer atomaren Formel)
- (7) Jeder Grieche kennt einen Musiker.
  - gebundene Pronomen/Variablen:
- (8) Für *jeden Griechen* gilt: wenn *er* einen Musiker kennt, dann kennt *er* auch ein Instrument.

# Der Allquantor

- neues Symbol:  $\forall$
- ausgesprochen: „für alle“ oder „für jedes“
- quasi wörtliche Übersetzung für das Deutsche *für jedes Ding gilt*:
- im Dt.: *jedes Ding* wird aufgegriffen von Pronomen es
- in PL:
  - Pronomen wird als Variable übersetzt
  - zur Eindeutigkeit wird am Allquantor angegeben, welche Variable er bindet

# Der Allquantor

Für jedes Ding gilt: wenn es ein Dreieck ist, ist es ein Vieleck.

$$\rightsquigarrow \forall x(\text{DREIECK}'(x) \rightarrow \text{VIELECK}'(x))$$

---

Für jedes Ding gilt: es ist ein Grieche, oder es ist kein Grieche.

$$\rightsquigarrow \forall y(\text{GRIECHE}'(y) \vee \neg \text{GRIECHE}')$$

# Der Allquantor

Mit Hilfe geeigneter Paraphrasen können Ausdrücke wie *alle* und *jeder* durch den Allquantor übersetzt werden. Z.B.:

- Originalsatz:

Alle Menschen sind sterblich.

- Paraphrase:

Für jedes Ding gilt: wenn es ein Mensch ist, dann ist es sterblich.

- Übersetzung:

$$\forall x(\text{MENSCH}'(x) \rightarrow \text{STERBLICH}'(x))$$

# Der Existenzquantor

- neues Symbol:  $\exists$
- ausgesprochen: „es gibt ein“ oder „es existiert ein“
- PL-Gegenstück zum Deutschen *Es gibt ein Ding, so dass*
- wie beim Allquantor wird explizit angegeben, welche Variable gebunden wird

# Der Existenzquantor

Es gibt ein Ding, so dass es ein Rechteck ist und ein Rhombus.  $\rightsquigarrow$

$$\exists x(\text{RECHTECK}'(x) \rightarrow \text{RHOMBUS}'(x))$$

---

Es gibt ein Ding, so dass es ein Griech ist, aber kein Philosoph.  $\rightsquigarrow$

$$\exists z(\text{GRIECHE}'(z) \wedge \neg \text{PHILOSOPH}'(z))$$

# Der Existenzquantor

Mit Hilfe geeigneter Paraphrasen können Ausdrücke wie *ein*, *einige* und *manche* durch den Existenzquantor übersetzt werden. Z.B.:

- Originalsatz:

Einige Griechen sind Philosophen.

- Paraphrase:

Es gibt ein Ding, so dass es ein Grieche ist und ein Philosoph.

- Übersetzung:

$\exists y(\text{GRIECHE}'(y) \wedge \text{PHILOSOPH}'(y))$

# Beschränkte Quantifikation

- Quantifikation in natürlicher Sprache ist normalerweise **beschränkt**

*Alle **Menschen** sind sterblich.  
Einige **Griechen** sind Philosophen.*

- logische Quantoren sind im Prinzip **unbeschränkt**

*für jedes **Ding**, es gibt ein **Ding***

- Beschränkung des Allquantors wird durch **Implikation** übersetzt

$$\forall x(\text{MENSCH}'(x) \rightarrow \text{STERBLICH}'(x))$$

- Beschränkung des Existenzquantors wird durch **Konjunktion** übersetzt

$$\exists x(\text{GRIECHE}'(x) \wedge \text{PHILOSOPH}'(x))$$