Semantik und Pragmatik

8. Mai 2007

Gerhard Jäger

Satzsemantik

Erklärungsanspruch der Satzsemantik

- Wahrheitsbedingungen von Aussagensätzen
- Bedeutungsbeziehungen zwischen (Aussage-)Sätzen
- Kompositionale Berechnung von Satzbedeutungen

Satzsemantik

Wahrheitsbedingungen

- Wittgenstein (1922; Tractatus logico philosophicus):
  Einen Satz verstehen, heißt, wissen, was der Fall ist, wenn er wahr ist. (Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.)

Satzsemantik

Sinnrelationen

- Folgerung (Wenn A wahr ist, muss auch B wahr sein.)
- Widerspruch (A und B können nicht gleichzeitig wahr sein.)
- Synonymie (A und B sind unter den selben Bedingungen wahr.)
- (In-)Konsistenz (A kann (nicht) wahr sein.)
- Tautologie (A ist immer wahr.)

Satzsemantik

Kompositionalität

- Die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks ist durch die Bedeutung seiner Teile und die Art ihrer Kombination vollständig bestimmt.

Mengenlehre und Semantik

Mengenlehre und Wortbedeutungen

- Vereinfachung für Zwecke der Satzsemantik: Bedeutung eines Prädikats wird identifiziert mit Menge der Objekte, auf die es zutrifft
  1. $\|\mathit{Pferd}\| = \{x|x \text{ ist ein Pferd}\}$
  2. $\|\mathit{rot}\| = \{x|x \text{ ist rot}\}$
  3. $\|\mathit{spricht}\| = \{x|x \text{ spricht}\}$
- Hyperonymie $\approx$ Teilmengenbeziehung

  $$A \text{ ist ein Hyperonym von } B \text{ gdw. } \|B\| \subseteq \|A\|$$

  - z.B. $\|\mathit{Pferd}\| \subseteq \|\mathit{Tier}\|$

Mengenlehre und Semantik

Boolsche Operatoren

- Kombination von Prädikaten mittels *und*, *oder* und *nicht* können durch Mengenoperationen modelliert werden
  - $\|\mathit{rund\ und\ rot}\| = \|\mathit{rund}\| \cap \|\mathit{rot}\|$
  - $\|\mathit{rund\ oder\ rot}\| = \|\mathit{rund}\| \cup \|\mathit{rot}\|$
  - $\|\mathit{nicht\ rot}\| = \overline{\|\mathit{rot}\|}$
- allgemein gilt
  - $\|\alpha\ \mathit{und}\ \beta\| = \|\alpha\| \cap \|\beta\|$
  - $\|\alpha\ \mathit{oder}\ \beta\| = \|\alpha\| \cup \|\beta\|$
  - $\|\mathit{nicht}\ \alpha\| = \overline{\|\alpha\|}$

Mengenlehre und Semantik

Boolsche Operatoren

- Mengentheoretische Gesetze sagen semantische Äquivalenzen (Synonymien) voraus:
  - *rot und rund* $\Leftrightarrow$ *rund und rot (Kommutativität)*
  - *rot oder rund* $\Leftrightarrow$ *rund oder rot (Kommutativität)*
  - *rot und [rund und weich]* $\Leftrightarrow$ *[rot und rund] und weich (Assoziativität)*
  - *rot oder [rund oder weich]* $\Leftrightarrow$ *[rot oder rund] oder weich (Assoziativität)*
  - *nicht [rot und rund]* $\Leftrightarrow$ *[nicht rot] und [nicht rund] (de Morgan)*
  - ...

Mengenlehre und Semantik

Mengenlehre und Satzsemantik

- Wahrheitswert eines Satzes ist **situationsabhängig**:
  Die Tafel ist sauber kann wahr oder falsch sein, je nachdem welche Tafel in welchem Raum zu welcher Zeit gemeint ist
- situations-relativierter Wahrheitswert:
  Die Tafel ist sauber ist wahr in der Situation *s* gdw. das Objekt, das in *s* die Tafel ist, in *s* sauber ist.
- Bedeutung des Satzes (= Wahrheitsbedingungen):

$$\|\textit{Die Tafel ist sauber}\| = \{s | \textit{Die Tafel in s ist in s sauber}\}$$

- generell gilt:

$$\|\phi\| = \{s | \phi \textit{ ist in s wahr}\}$$

Satzbedeutungen sind Mengen von Situationen!

Mengenlehre und Semantik

Was sind Situationen?

- Situationen können räumlich und zeitlich begrenzt sein:
  Die Tafel ist sauber ist wahr in *s*.
- Situationen können auch zeitlich beschränkt und räumlich unbeschränkt sein
  Das Weltall dehnt sich aus ist wahr in *s*.
- Manche Situationen sind sowohl räumlich als auch zeitlich unbeschränkt
  $2 + 2 = 4$ ist wahr in *s*.

Mengenlehre und Semantik

Was sind Situationen?

- Situationen müssen nicht real sein:
  Wenn Kennedy nicht erschossen worden wäre, hätte der Vietnamkrieg 1964 geendet spricht über eine hypothetische Situation, in der der Satz *Kennedy wurde erschossen* falsch ist.
- Semantik befasst sich mit **möglichen Situationen**
- viele Autoren ignorieren mögl. Begrenzheit von Situationen und sprechen von **möglichen Welten** (= maximale Situation)
- Situation spielt in linguistischer Semantik ähnliche Rolle wie Modelle in der Aussagen- und Prädikatenlogik

Mengenlehre und Semantik

Sinnrelationen

- aus ϕ folgt ψ (Notation: $\phi \Rightarrow \psi$) gdw.

$$\|\phi\| \subseteq \|\psi\|$$

- ϕ und ψ widersprechen sich gdw.

$$\|\phi\| \cap \|\psi\| = \emptyset$$

- ϕ und ψ sind äquivalent (bzw. synonym) gdw.

$$\|\phi\| = \|\psi\|$$

- ϕ ist inkonsistent: $\|\phi\| = \emptyset$
- ϕ ist konsistent: $\|\phi\| \neq \emptyset$
- ϕ ist eine Tautologie: $\|\phi\| = S$ (S: die Menge aller möglichen Situationen)

Mengenlehre und Semantik

Boolsche Operationen auf Sätzen

- $\|\phi \textit{ und } \psi\| = \|\phi\| \cap \|\psi\|$
- $\|\phi \textit{ oder } \psi\| = \|\phi\| \cup \|\psi\|$
- $\| \textit{ Es ist nicht der Fall, dass } \phi\| = \overline{\|\phi\|}$

Daraus ergeben sich allgemeingültige semantische Gesetze, z.B.:

$$\phi \textit{ und } \psi \Rightarrow \phi$$

denn

$$\|\phi \textit{ und } \psi\| = \|\phi\| \cap \|\psi\| \subseteq \|\phi\|$$

Mengenlehre und Semantik

Funktionen

Mögliche Darstellungsweise von Funktionen:

$$\begin{array}{rl}
\|\textit{Mutter}\| & m : \text{Personen} \longrightarrow \text{Personen} \\
 & x \mapsto \text{die Mutter von } x \\
\|\textit{Alter}\| & a : \text{Personen} \longrightarrow \text{natürliche Zahlen} \\
 & x \mapsto \text{das Alter von } x\text{, in Jahren} \\
\|\textit{Nachfolger}\| & s : \text{natürliche Zahlen} \longrightarrow \text{natürliche Zahlen} \\
 & x \mapsto x+1 \\
\|\textit{Quadrat}\| & q : \text{natürliche Zahlen} \longrightarrow \text{natürliche Zahlen} \\
 & x \mapsto x^2
\end{array}$$

Mengenlehre und Semantik

Funktionen

- In Algebra übliche Schreibweise: z.B.

$$f(x) = x^2$$

- mengentheoretische Schreibweise:

$$f = \{\langle x, x^2\rangle | x \in N\}$$

Mengenlehre und Semantik

λ-Notation für Funktionen

- entwickelt im Rahmen der Logik/theoretischen Informatik
- sehr praktisch für Zwecke der linguistischen Semantik
- Bsp.:
  - $m : \lambda x.$(die Mutter von x)
  - $a : \lambda x.$(das Alter von x, in Jahren)
  - $s : \lambda x.(x+1)$
  - $q : \lambda x.(x^2)$
- solche Ausdrücke heißen **Lambda-Terme**
- allgemeines Format:

  λ Variable.(Beschreibung des Wertes der Variable)
- Variable ist Platzhalter für Argument der Funktion
- Ausdruck in Klammern gibt Bildungsvorschrift für Wert der Funktion an
- Bildung eines Lambda-Terms aus einer Beschreibung heißt **Lambda-Abstraktion**

Lambda-Notation

Rechnen mit Lambda-Termen

$[\lambda x.(\text{Mutter von } x)](\text{Isaak})$ $= \text{Mutter von Isaak}$ $= \text{Sarah}$	$[\lambda x.x^2](3)$ $= 3^2$ $= 9$

- Allgemein: um einen Lambda-Term auf ein Argument anzuwenden
  1. tilge das λ, die Variable und den Punkt
  2. ersetze alle freien Vorkommen der Variable im Ausdruck nach dem Punkt durch das Argument
  3. vereinfache gegebenenfalls den gegebenen Ausdruck
- Diese Operation heißt **Lambda-Konversion**.