



# Erzeugung von Zufallszahlen

## 1. Edte Zufallszahlen

Quantenphysik

Atmosphärisches Rauschen

Webpage: RANDOM.ORG

Vorteil: Edte

Nachteil: Unpraktisch

## 2. Pseudozufallszahlen

→ Deterministische ZU-Generatoren

Vorteil: praktisch, reproduzierbar

Nachteil: Qualität der ZU  
kann problematisch  
sein.

# Kongruenzgenerator

1. Multiplikativer KCG

$$X_n = a \cdot X_{n-1} \pmod{m}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$X_0$  heißt Startwert (seed)

$a$  und  $m \in \mathbb{N}$

$$X_n \in \{0, 1, \dots, m-1\}$$

$U_n = \frac{X_n}{m}$  ist annäherungsweise gleichverteilt in  $(0, 1)$ .

## 2. Gemischter linearer KGB

$$x_n = (a \cdot x_{n-1} + b) \bmod m$$

$x_0 = \text{Startwert}$

### Theorem

$a, b, c, k$  sind positive ganze Zahlen, sowie

$$a = 4 \cdot c + 1$$

$$b = \text{ungerade}$$

$$m = 2^k$$

$$\Rightarrow \text{Zykluslänge} = m$$

---

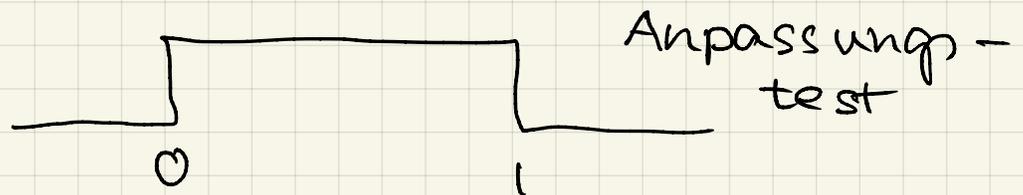
$$U_n = \frac{x_n}{m} \quad (\text{Baustein!})$$

$$U_n \sim \text{gleichverteilt } (0,1)$$

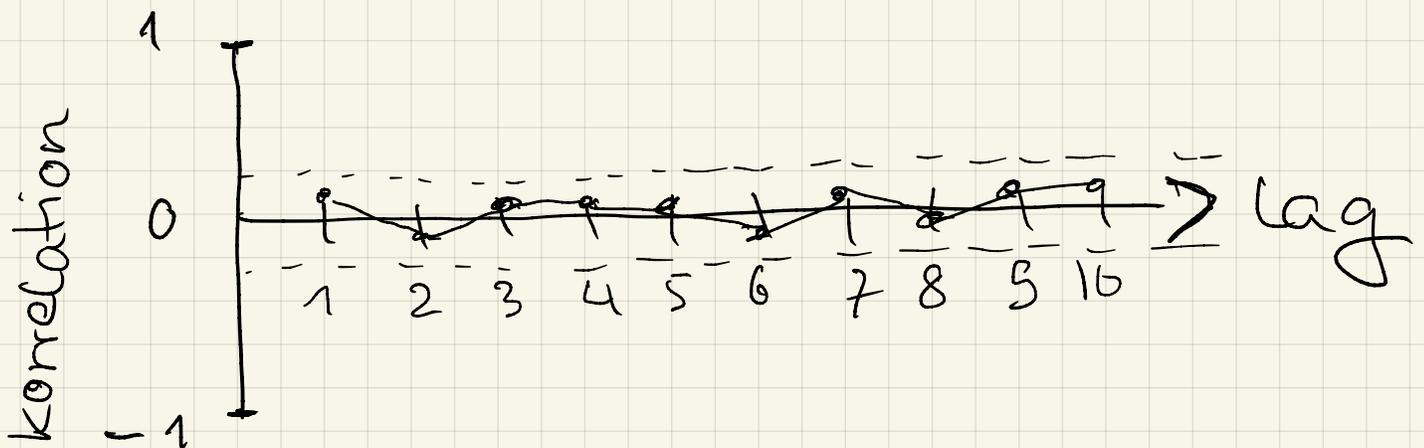
---

Um die statistische Qualität von Pseudozufallszahlen zu prüfen, gibt es diverse Tests; z. B.

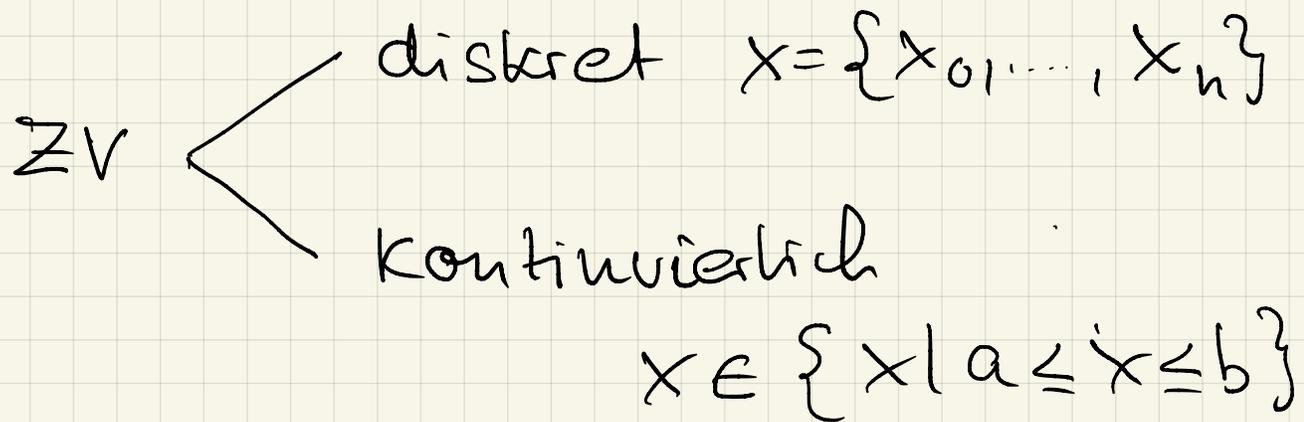
1. Sollten die  $U_1, \dots, U_n$  gleichverteilt sein:



2. Die Autokorrelation sollte für alle lags (Verschiebungen) nicht signifikant von Null abweichen.



# Simulation von beliebigen Zufallsvariablen



## Diskrete ZV'en

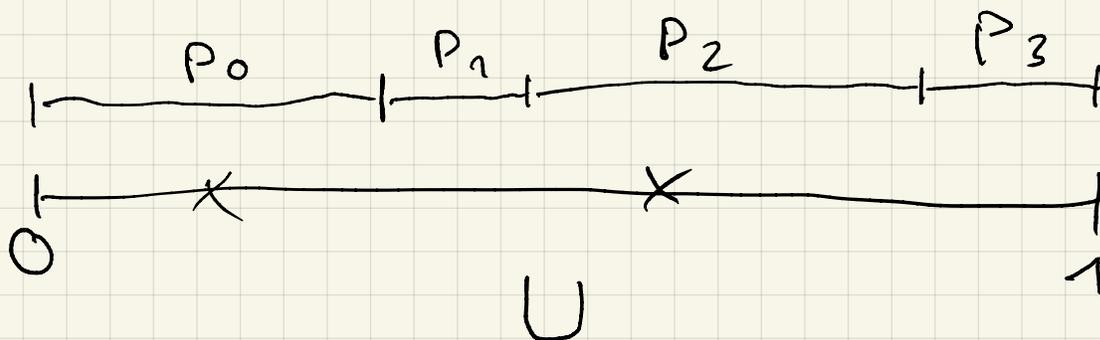
### Inversionsmethode

-  $P(X = x_j) = p_j, j = 0, 1, 2, \dots, n$

$$\sum p_j = 1$$

-  $U$  ist gleichverteilt in  $(0, 1)$

- Bsp  $x = 0, 1, 2, 3; p_0, p_1, p_2, p_3$



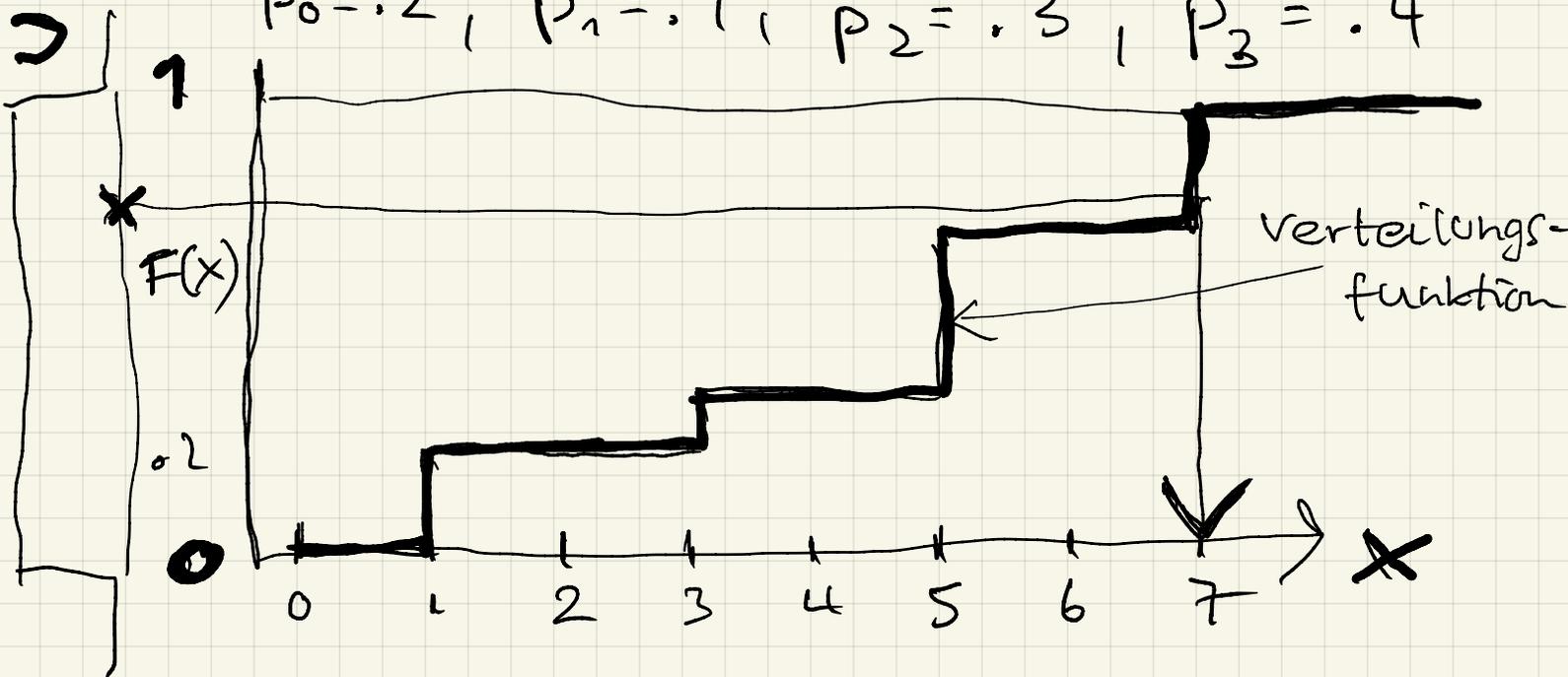
# Algorithmus

- Ziehe  $U$
- If  $U < p_0$ ,  $X = x_0$ , Stop
- If  $U < p_0 + p_1$ ,  $X = x_1$ , Stop
- If  $U < p_0 + p_1 + p_2$ ,  $X = x_2$ , Stop
- ⋮

## Warum Inversionsmethode?

$$x_0 = 1, x_1 = 3, x_2 = 5, x_3 = 7$$

$$p_0 = .2, p_1 = .1, p_2 = .3, p_3 = .4$$



# Hausaufgaben

1.  $X_0 = 5$

$$X_n = 3 \cdot X_{n-1} \bmod 150$$

$$U_n = \frac{X_n}{150}$$

Bestimme  $U_0, \dots, U_{1000}$  und stelle diese Pseudozufallszahlen grafisch dar.

2.  $X_0 = 5$

$$X_n = (5 \cdot X_{n-1} + 7) \bmod 2^8$$

Bestimme die Zykluslänge von  $U_0, U_1, U_2, \dots$

3. Berechne die Autokorrelationsfunktion bei Aufgaben 1 und 2.